

Tipps Serie 12

Hrvoje Krizic
hkrizic@ethz.ch

Aufgabe 1

(a) Verwende

$$\int_n^{n+1} \frac{1}{n^\alpha} dx > \int_n^{n+1} \frac{1}{x^\alpha} dx$$

Wieso gilt diese Gleichung? Was ist das Integral auf der linken Seite? Was geschieht, wenn du über alle $n \in \mathbb{N}$ aufsummierst?

(b) Verwende a) indem du das Integral auswertest (Standardintegral).

Aufgabe 2

Finde in beiden Teilaufgaben jeweils ein Muster, um die n -te Ableitung (an der Stelle $x_0 = 0$ resp. $x_0 = 1$) in Abhängigkeit von n zu schreiben. Als Beispiel bei $x_0 = 3$ einer beliebigen Funktion erhalten wir:

$$f'(3) = 1, \quad f''(3) = -1 \cdot 2, \quad f'''(3) = 1 \cdot 2 \cdot 3, \quad f^{(4)}(3) = -1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \dots$$

In diesem Fall gilt dann

$$f^{(n)}(3) = (-1)^{n+1} n!$$

und somit ist die Taylorreihe

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{f^{(k)}(3)}{k!} (x-3)^k = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} (x-3)^k$$

Auf der nächsten Seite geht's weiter!

Aufgabe 3

Gehe vor, wie in der Übungsstunde. Beachte: die Funktion ist gerade! Damit fallen alle ungeraden Koeffizienten weg (erkläre kurz, wieso das so gilt).

Aufgabe 4

Gehe vor, wie in der Übungsstunde.